

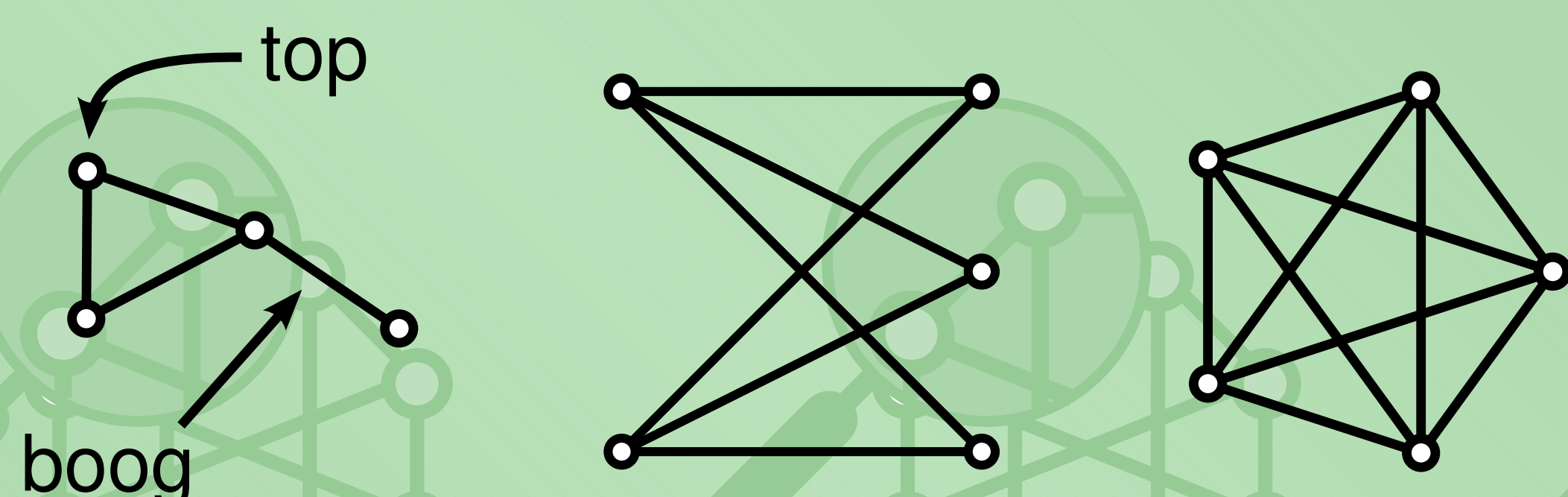
Wat is GrInvIn?

GrInvIn (Graph Invariant Investigator) is een softwarepakket om grafen, hun eigenschappen en de verbanden tussen deze te bestuderen. Dit grafentheorieaanwerk, geïnspireerd door Graffiti.pc, werd ontwikkeld voor toepassingen in onderwijs en onderzoek in wiskunde, en bvb. chemie.

De hoofdstrategie van GrInvIn is door middel van datamijningstechnieken nieuwe vermoedens over de verbanden tussen grafeninvarianten af te leiden.

Grafen

Een *graaf* is een paar $G = (V, E)$ met een verzameling toppen V en een verzameling bogen E , die de toppen verbinden.



Figuur 1: Enkele grafen.

Invarianten

Een *invariant* is een getal dat een structurele eigenschap van een graaf beschrijft. Het aantal toppen en het aantal bogen zijn twee simpele voorbeelden van invarianten. GrInvIn bevat routines om veel verschillende invarianten te berekenen (Figuur 2).

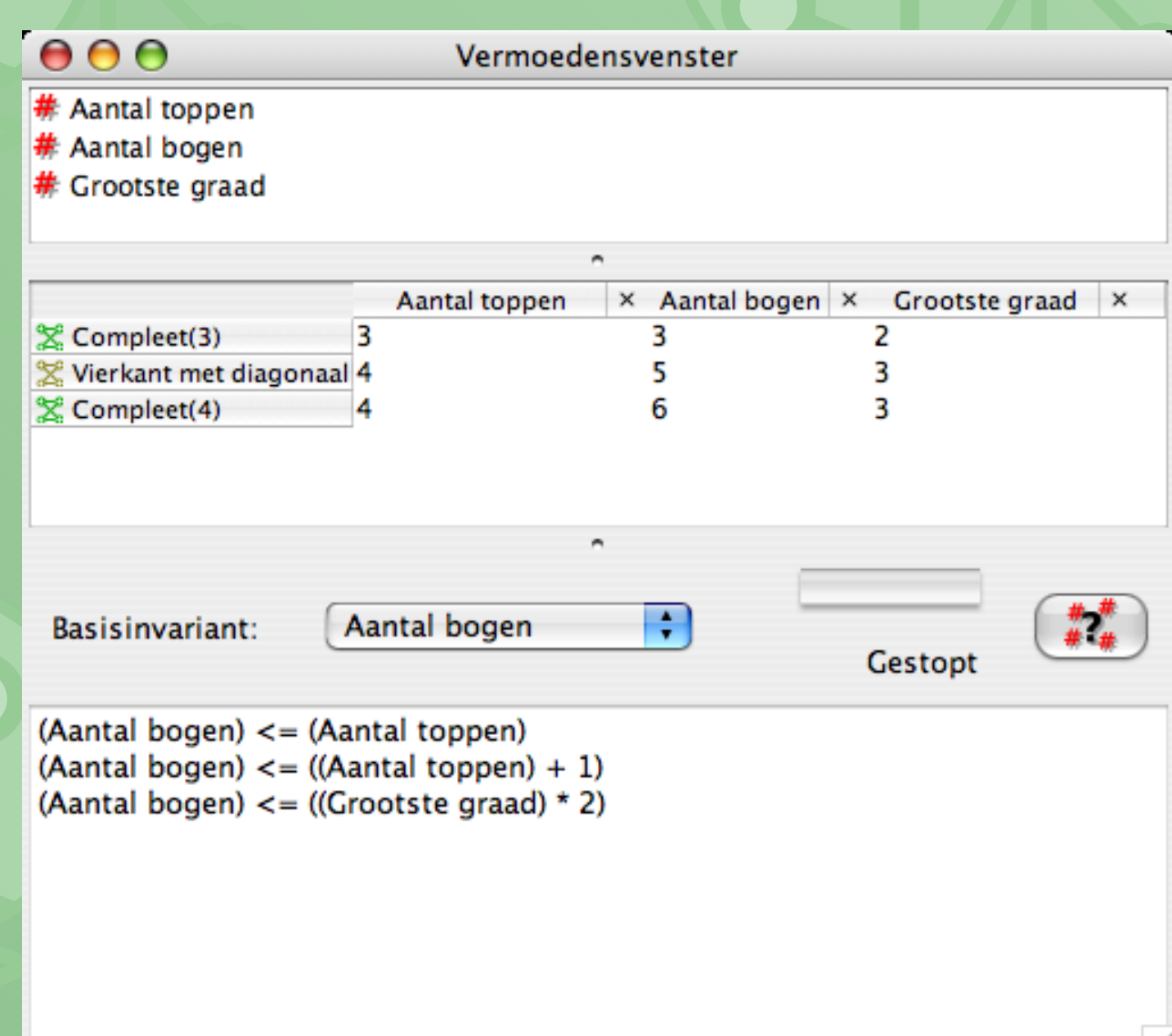


Figuur 2: De invariantentab in het hoofdenster van GrInvIn.

Vermoedens

GrInvIn berekent vermoedens op basis van een lijst grafen en waarden van invarianten voor deze grafen. Om zo'n vermoeden te berekenen selecteert men één vaste invariant I en een verzameling S van andere invarianten.

GrInvIn berekent dan ongelijkheden van de vorm $I \leq f(S)$, waarbij $f(S)$ een uitdrukking van één of meerdere invarianten uit S is.



Figuur 3: Het vermoedensvenster.

Meer informatie

GrInvIn zal vrijgegeven worden als open source, vrije software onder de GNU General Public License (GPL). Het raamwerk en de toepassing kunnen gedownload worden op <http://www.grinvin.org/>.

GrInvIn in het Onderwijs

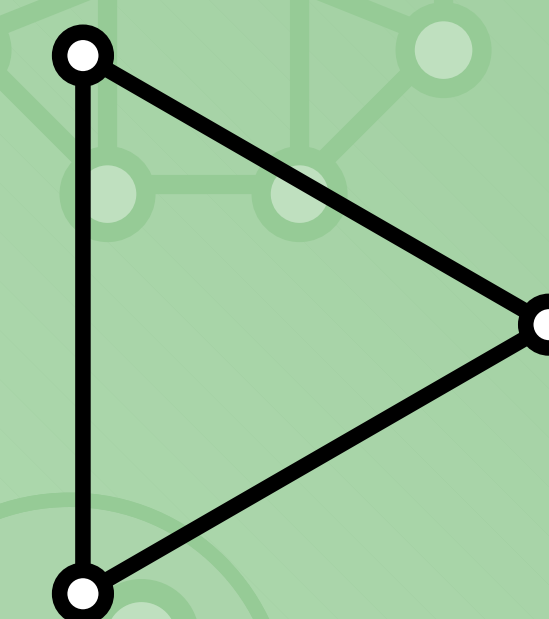
GrInvIn wordt in het onderwijs gebruikt om abstract redeneren en grafentheorie op universitair en middelbaar niveau aan te leren. De filosofie hierbij is dat de student zelfstandig de grafentheorie ontdekt en al bijna zoiets als onderzoekservaring opdoet. Het principe is vrij eenvoudig: de student begint door een verzameling van invarianten en een startgraaf te selecteren. Hij/zij geeft ook op over welke invariant GrInvIn hem/haar iets moet zeggen. Vervolgens zal GrInvIn een vermoeden berekenen op basis van de invariantwaarden van de startgraaf. Het is dan de taak van de student om het kleinste tegenvoorbeeld te vinden en toe te voegen aan de lijst met grafen, of, in het geval het vermoeden waar zou zijn, een bewijs te geven. Een voorbeeld.

Dit voorbeeld gebruikt het concept **graad**:

Definities:

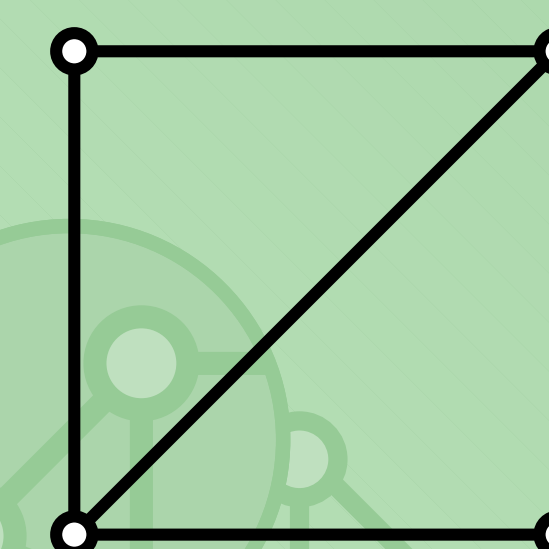
Als we een graaf $G = (V, E)$ hebben en een top v van deze graaf (d.w.z. dat $v \in V$), dan is de **graad** van v het aantal bogen dat toekomt in de top v . \diamond

We kiezen de invarianten aantal bogen ($|E|$), aantal toppen ($|V|$) en grootste graad (Δ) en selecteren $|E|$ als basisinvariant. We starten dan met een eenvoudige graaf:



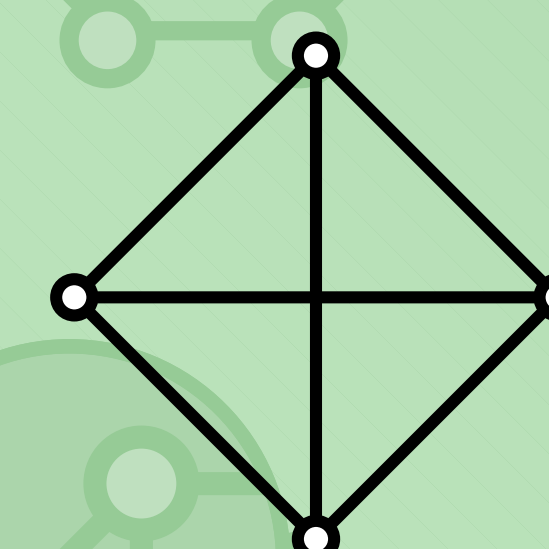
GrInvIn geeft ons dan het vermoeden: $|E| \leq |V|$.

Dit vermoeden is fout. In het begin zijn de vermoedens vaak gemakkelijk te weerleggen, maar doordat de tegenvoorbeelden aan de lijst worden toegevoegd, wordt het steeds moeilijker: GrInvIn past zich automatisch aan aan het niveau van de student. Onderstaande graaf is het kleinste tegenvoorbeeld.



Nadat deze graaf is toegevoegd, geeft GrInvIn ons : $|E| \leq |V| + 1$.

Het kleinste tegenvoorbeeld is:



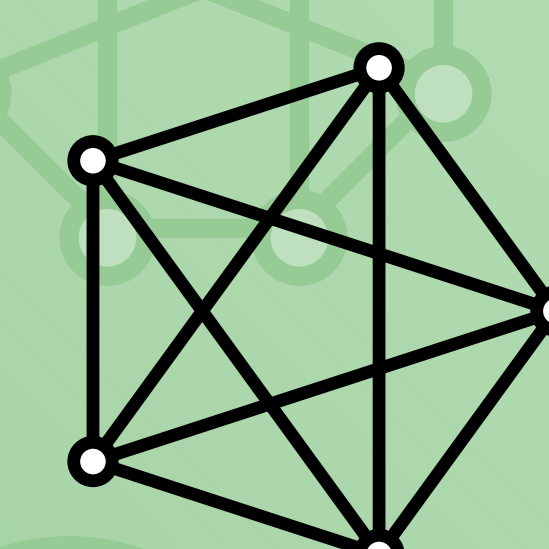
Nadat deze graaf is toegevoegd, geeft GrInvIn ons : $|E| \leq 2\Delta$.

Het kleinste tegenvoorbeeld is:



Nadat deze graaf is toegevoegd, geeft GrInvIn ons : $|E| \leq 2\Delta + 1$.

Het kleinste tegenvoorbeeld is:



Wanneer deze graaf is toegevoegd, geeft GrInvIn uiteindelijk: $|E| \leq \frac{|V|\Delta}{2}$. Dit vermoeden is juist en nadat de student het bewezen heeft, heeft hij/zij zijn/haar eerste stelling gevonden.